素粒子物理学
— 電弱統一理論 GWS(EWSB後) —

素粒子物理学
0AJC041/01BC098

2026年度春bc

武内勇司

標準模型の枠組み

これまで，Fermion場（Quark/Lepton 3世代），Higgs場の$SU(2)_L \times U(1)_Y$ゲージ不変なLagrangian を作った。

- 局所ゲージ不変性の要求から4つのゲージ場(B_μ , A_μ^l)が導入された。
  - Fermion場，Higgs場とゲージ場の相互作用。
  - これらのゲージ場の質量は0。

  ⇔SMのゲージ場は，photon(γ), weak boson (W^+, W^- , Z^0)

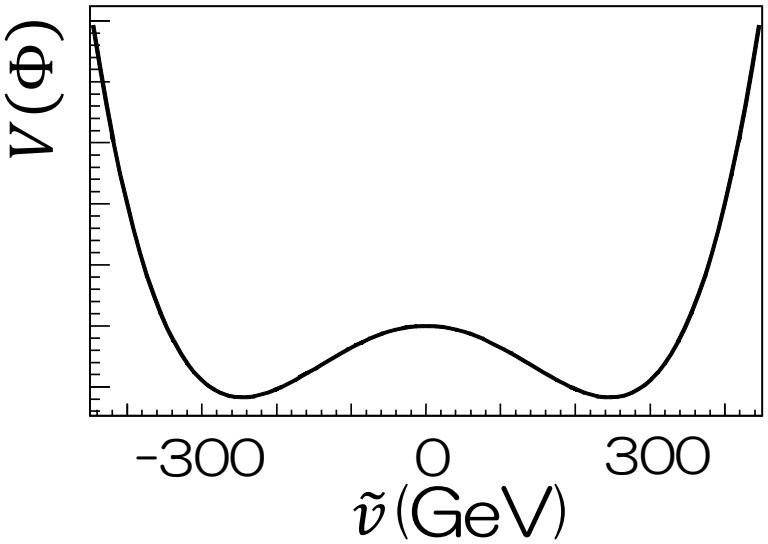
  photon はmassless だが weak boson は，massive
- Fermion場は質量が0。
- Higgs場は，4乗までの自己エネルギー項。
- ゲージ不変なFermion場とHiggs場の結合（湯川結合）項を導入。

  ➔ LカイラリティとRカイラリティのFermion場の結合項が導入された。
  - 湯川結合行列が対角行列となるように，Quark では二重項上成分，Leptonでは二重項下成分の世代が定義された。
  - Quarkの二重項下成分，Lepton の二重項上成分は，世代間で混合した結合になる。

自発的対称性の破れ(Electro-Weak Symmetry Breaking)

Φは，複素場2重項なので最小4つの実パラメータで書ける。

$$\Phi = e^{ig'\eta Y_H/2} e^{ig\chi^l T^l} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ \tilde{v} \end{pmatrix} \qquad Y_H \equiv 1$$



Higgs場の自己エネルギーポテンシャルを導入：

$$V(\Phi) \equiv -\mu^2 \Phi^\dagger \Phi + \frac{\lambda}{2} \left(\Phi^\dagger \Phi\right)^2$$

$-\mu^2 < 0$，$\lambda > 0$とすると，このポテンシャルは $\frac{\tilde{v}}{\sqrt{2}} = \frac{\mu}{\sqrt{\lambda}}$ で最小

- これを真空と再定義
- この真空を基準とした場をφで定義　　$\tilde{v}(x) \to v\{\text{定数}\} + \phi(x)$　　$\phi(x)$：ヒッグス粒子

- $\chi^1, \chi^2, g'\eta - g\chi^3$ をOに固定 ➔ 3つの自由度消失

$$\Phi = e^{ig'\eta Y_H/2} e^{ig\chi^l T^l} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ \tilde{v} \end{pmatrix} \xrightarrow{\chi^{1,2}\to 0} e^{i(g'\eta - g\chi^3)} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ \tilde{v} \end{pmatrix} \xrightarrow[g'\eta - g\chi^3 \to 0]{\chi^{1,2}\to 0} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + \phi \end{pmatrix} \qquad \frac{v}{\sqrt{2}} = \frac{\mu}{\sqrt{\lambda}}$$

これにより $SU(2)_L \times U(1)_Y$ 空間の回転は，$U(1)_Q$ $[Q \equiv T^3 + Y/2]$ 空間の回転となった。

$$e^{ig'\eta Y/2} e^{ig\chi^l T^l} \to e^{ig'\eta(T^3 + Y/2)}$$

EWSB後のFermion-Higgs湯川結合項

$$\mathcal{L}_{\text{lepton}}^{\text{Yukawa}} = -y_\ell^j \left(\bar{L}_L^j \Phi\right) \ell_R^j - y_\nu^j \left[\left(\bar{L}_L U_\nu\right)^j \tilde{\Phi}\right] \nu_R^j + \text{h. c.}$$

$$\Phi \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + \phi \end{pmatrix}$$

$$\tilde{\Phi} \equiv i\tau^2 \Phi^* \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} v + \phi \\ 0 \end{pmatrix}$$

➔ $$\mathcal{L}_{\text{lepton}}^{\text{mass}} = -\left(m_\ell^j + \frac{y_\ell^j}{\sqrt{2}}\phi\right) \bar{\ell}^j \ell^j - \left(m_\nu^j + \frac{y_\nu^j}{\sqrt{2}}\phi\right) \bar{\nu}^j \hat{\nu}^j$$

$SU(2)_L \times U(1)_Y$ゲージ固定（Unitary gauge）によって，$L_L \equiv \begin{pmatrix} \nu_L \\ \ell_L \end{pmatrix}$についても
$SU(2)_L$空間の第３軸が定義された$(\chi^1 = \chi^2 = 0)$。 $SU(2)_L$空間第３軸周りの回転自由度(χ^3)と$U(1)_Y$回転自由度(η)は，$g\chi^3 = g'\eta$ の条件下で合わせて電磁場の$U(1)_Q$回転自由度$(Q=T^3+Y/2)$として残る。

flavor 固有状態

$$\nu^j \equiv U_\nu^{jk} \hat{\nu}^k$$

PMNS行列

質量固有状態

$$\mathcal{L}_{\text{quark}}^{\text{Yukawa}} = -y_d^j \left[\left(\bar{Q}_L^j U_d\right)^j \Phi\right] d_R^j - y_u^j \left(\bar{Q}_L^j \tilde{\Phi}\right) u_R^j + \text{h. c.}$$

➔ $$\mathcal{L}_{\text{quark}}^{\text{mass}} = -\left(m_d^j + \frac{y_d^j}{\sqrt{2}}\phi\right) \bar{\hat{d}}^j \hat{d}^j - \left(m_u^j + \frac{y_u^j}{\sqrt{2}}\phi\right) \bar{u}^j u^j$$

$$m_f^j \equiv \frac{y_f^j v}{\sqrt{2}} \qquad f = \ell, \nu, u, d$$

flavor 固有状態

$$d^j \equiv U_d^{jk} \hat{d}^k$$

CKM行列

質量固有状態

EWSB後のFermion-Higgs湯川結合項

$$\mathcal{L}^{\text{mass}}_{\text{lepton}} = -\left(m^j_\ell + \frac{y^j_\ell}{\sqrt{2}}\phi\right)\bar{\ell}^j\ell^j - \left(m^j_\nu + \frac{y^j_\nu}{\sqrt{2}}\phi\right)\bar{\hat{\nu}}^j\hat{\nu}^j$$

$$\mathcal{L}^{\text{mass}}_{\text{quark}} = -\left(m^j_d + \frac{y^j_d}{\sqrt{2}}\phi\right)\bar{\hat{d}}^j\hat{d}^j - \left(m^j_u + \frac{y^j_u}{\sqrt{2}}\phi\right)\bar{u}^j u^j$$

$$m^j_f \equiv \frac{y^j_f v}{\sqrt{2}} \qquad f = \ell, \nu, u, d$$

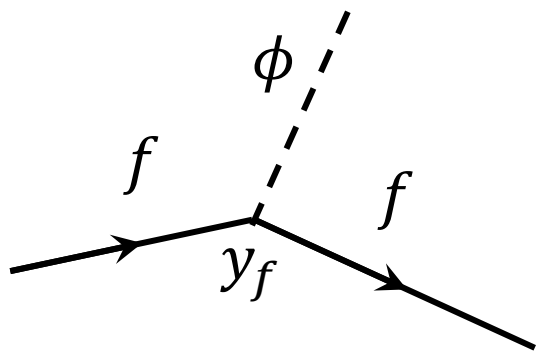
flavor 固有状態　質量固有状態

$$\nu^j \equiv U^{jk}_\nu \hat{\nu}^k$$

PMNS行列

$$d^j \equiv U^{jk}_d \hat{d}^k$$

CKM行列



EWSBによって，Fermion-Higgs場の湯川結合から

- Fermion の質量
- 質量に比例した強さを持つFermion と Higgs の結合
- 質量固有状態とflavor固有状態は，同一でなく混合(PMNS行列，CKM行列)

flavor固有状態：　弱アイソスピン二重項で Leptonなら (e, μ, τ)，Quark なら (u, c, t) の相方

Leptonとゲージ場との相互作用項

$$\mathcal{L}^{\mathrm{kin}}_{\mathrm{lepton}} = \bar{L}^j_L \gamma^\mu \left(i\partial_\mu - g' \frac{\mathrm{Y}_{\ell L}}{2} B_\mu - g \frac{\tau^l}{2} A^l_\mu \right) L^j_L + \bar{\ell}^j_R \gamma^\mu \left(i\partial_\mu - g' \frac{Y_{\ell R}}{2} B_\mu \right) \ell^j_R + \bar{\nu}^j_R \gamma^\mu i\partial_\mu \nu^j_R$$

↓ ν–νと結合　　↙↓ ν–ℓと結合

$$= \bar{\ell}^j \gamma^\mu i\partial_\mu \ell^j + \bar{\nu}^j \gamma^\mu i\partial_\mu \nu^j + \bar{L}^j_L \gamma^\mu \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -gA^3_\mu + g'B_\mu & -g\left(A^1_\mu - iA^2_\mu\right) \\ -g\left(A^1_\mu + iA^2_\mu\right) & gA^3_\mu + g'B_\mu \end{pmatrix} L^j_L$$

$$+ \bar{\ell}^j_R \gamma^\mu \left(g'B_\mu \right) \ell^j_R$$

※ $\bar{\psi}\gamma^\mu\psi = \overline{(\psi_L + \psi_R)}\gamma^\mu(\psi_L + \psi_R) = \bar{\psi}_L\gamma^\mu\psi_L + \bar{\psi}_R\gamma^\mu\psi_R$

vector current は，L/R current の和

ゲージ場B_μとA^3_μは，混合する。

- ν-νと結合するゲージ場としてZボソン(Z_μ)を定義
- ν-ℓと結合するゲージ場としてWボソン(W_μ)を定義

} ※この段階では，まだZやWが質量固有状態か定かでない

- Wボソンは，Lカイラリティ Fermionとのみ結合
- ZボソンはU(1)ゲージ場が混ざってくるので純粋なLカイラリティFermionとの結合ではない。

Leptonとゲージ場との相互作用項

$W_\mu \equiv \frac{1}{\sqrt{2}}(A_\mu^1 - iA_\mu^2)$ ←W^+ ボゾン　　$W_\mu^\dagger = \frac{1}{\sqrt{2}}(A_\mu^1 + iA_\mu^2)$ ←W^- ボゾン

$$\begin{pmatrix} Z_\mu \\ A_\mu \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} \cos\theta_W & -\sin\theta_W \\ \sin\theta_W & \cos\theta_W \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_\mu^3 \\ B_\mu \end{pmatrix}$$

←Z ボゾン

←フォトンは，Zボゾンと直交する場として定義

$$\cos\theta_W \equiv \frac{g}{\sqrt{g^2 + g'^2}} \qquad \sin\theta_W \equiv \frac{g'}{\sqrt{g^2 + g'^2}} \qquad e \equiv \frac{gg'}{\sqrt{g^2 + g'^2}} = g\sin\theta_W$$

θ_W：Weinberg角

$\sin^2\theta_W \sim 0.23$

$$\mathcal{L}_{\text{lepton}}^{\text{kin}} = \bar{\ell}^j \gamma^\mu i\partial_\mu \ell^j + \bar{\nu}^j \gamma^\mu i\partial_\mu \nu^j$$

$$+\bar{L}_L^j \gamma^\mu \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -\frac{g}{\cos\theta_W} Z_\mu & -\sqrt{2} g W_\mu \\ -\sqrt{2} g W_\mu^\dagger & 2eA_\mu + \frac{g}{\cos\theta_W}(1 - 2\sin^2\theta_W) Z_\mu \end{pmatrix} L_L^j$$

$$+\bar{\ell}_R^j \gamma^\mu \left(eA_\mu - \frac{g}{\cos\theta_W} \sin^2\theta_W Z_\mu \right) \ell_R^j$$

Leptonとゲージ場との相互作用項

$$\mathcal{L}^{\text{kin}}_{\text{lepton}} = \bar{\ell}^j \gamma^\mu i\partial_\mu \ell^j + \bar{\nu}^j \gamma^\mu i\partial_\mu \nu^j - \frac{g}{\sqrt{2}}\left\{\left(\bar{\ell}^j_L \gamma^\mu \nu^j_L\right)^\dagger W_\mu + \bar{\ell}^j_L \gamma^\mu \nu^j_L W^\dagger_\mu\right\}$$

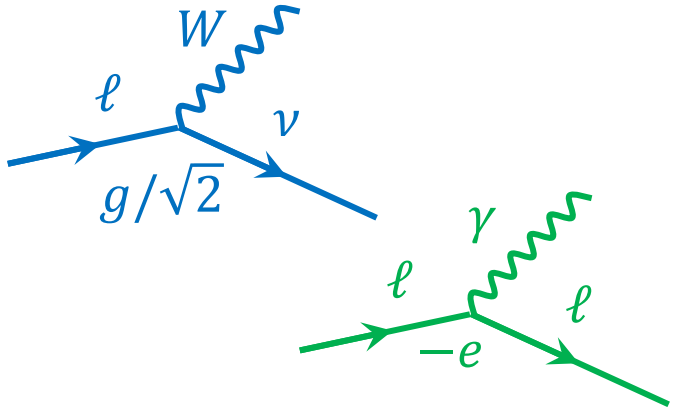
$$+e\bar{\ell}^j \gamma^\mu \ell^j A_\mu - \frac{g}{\cos\theta_W}\left(\frac{1}{2}\bar{\nu}^j_L \gamma^\mu \nu^j_L - \frac{1}{2}\bar{\ell}^j_L \gamma^\mu \ell^j_L + \sin^2\theta_W\, \bar{\ell}^j \gamma^\mu \ell^j\right) Z_\mu$$

$$= \bar{\ell}^j \gamma^\mu i\partial_\mu \ell^j + \bar{\nu}^j \gamma^\mu i\partial_\mu \nu^j - \frac{g}{\sqrt{2}}\left(J^{\mu\dagger} W_\mu + J^\mu W^\dagger_\mu\right) - eJ^\mu_{EM} A_\mu - \frac{g}{\cos\theta_W} J^\mu_Z Z_\mu$$

$J^\mu \equiv \bar{\ell}^j_L \gamma^\mu \nu^j_L$ weak charged current

pure left-handed

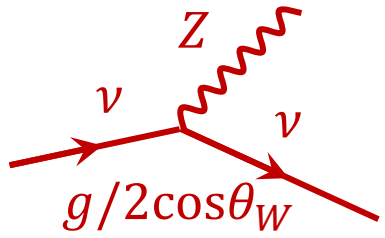
$J^\mu_{\text{EM}} \equiv (-)\bar{\ell}^j \gamma^\mu \ell^j$ EM current



$$J^{3\mu} \equiv \bar{L}^j_L \gamma^\mu \frac{\tau^3}{2} L^j_L = \frac{1}{2}\bar{\nu}^j_L \gamma^\mu \nu^j_L - \frac{1}{2}\bar{\ell}^j_L \gamma^\mu \ell^j_L$$

$J^\mu_Z \equiv J^{3\mu} - \sin^2\theta_W J^\mu_{\text{EM}}$ weak neutral current

EM current が混ざっており pure left-handed ではない.



Quarkとゲージ場との相互作用項

$$\mathcal{L}^{\text{kin}}_{\text{quark}} = \bar{Q}^j_L \gamma^\mu \left(i\partial_\mu - g' \frac{Y_{QL}}{2} B_\mu - g \frac{\tau^l}{2} A^l_\mu \right) Q^j_L$$

$$+ \bar{u}^j_R \gamma^\mu \left(i\partial_\mu - g' \frac{Y_{uR}}{2} B_\mu \right) u^j_R + \bar{d}^j_R \gamma^\mu \left(i\partial_\mu - g' \frac{Y_{dR}}{2} B_\mu \right) d^j_R$$

$$= \bar{u}^j \gamma^\mu i\partial_\mu u^j + \bar{d}^j \gamma^\mu i\partial_\mu d^j - \frac{g}{\sqrt{2}} \left(J^{\mu\dagger} W_\mu + J^\mu W^\dagger_\mu \right) - e J^\mu_{EM} A_\mu - \frac{g}{\cos\theta_W} J^\mu_Z Z_\mu$$

$J^\mu \equiv \bar{d}^j_L \gamma^\mu u^j_L$ weak charged current

$J^\mu_{\text{EM}} \equiv +\left(\frac{2}{3}\right) \bar{u}^j \gamma^\mu u^j + \left(-\frac{1}{3}\right) \bar{d}^j \gamma^\mu d^j$ EM current

$$J^{3\mu} \equiv \bar{Q}^j_L \gamma^\mu \frac{\tau^3}{2} Q^j_L = \frac{1}{2} \bar{u}^j_L \gamma^\mu u^j_L - \frac{1}{2} \bar{d}^j_L \gamma^\mu d^j_L$$

$J^\mu_Z \equiv J^{3\mu} - \sin^2\theta_W J^\mu_{\text{EM}}$ weak neutral current

ゲージ場とHiggs場との結合項

$$\mathcal{L}_{\text{Higgs}} = \left|\left(i\partial_\mu - g'\frac{1}{2}Y_H B_\mu - g\frac{\tau^l}{2}A_\mu^l\right)\Phi\right|^2 + \mu^2\Phi^\dagger\Phi - \frac{\lambda}{2}\left(\Phi^\dagger\Phi\right)^2$$

$$= \left|i\partial_\mu - \frac{1}{2}\begin{pmatrix} gA_\mu^3 + g'B_\mu & g(A_\mu^1 - iA_\mu^2) \\ g(A_\mu^1 + iA_\mu^2) & -gA_\mu^3 + g'B_\mu \end{pmatrix}\Phi\right|^2 - V(\Phi)$$

$$= \left|i\partial_\mu - \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 2eA_\mu + \frac{g}{\cos\theta_W}(1 - 2\sin^2\theta_W)Z_\mu & \sqrt{2}gW_\mu \\ \sqrt{2}gW_\mu^\dagger & -\frac{g}{\cos\theta_W}Z_\mu \end{pmatrix}\Phi\right|^2 - V(\Phi)$$

$$V(\Phi) \equiv -\mu^2\Phi^\dagger\Phi + \frac{\lambda}{2}\left(\Phi^\dagger\Phi\right)^2$$

- 真空の再定義 $\Phi \to \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 0 \\ v + \phi \end{pmatrix}$ により，WボゾンとZボゾンが質量をもつ。
  (Φが失った3自由度が3つのボゾンに質量を与えた)
  また， WボゾンとZボゾンとHiggsとの相互作用も生じる。
- フォトンの質量項はΦ二重項の上成分を0としたことにより存在しない。

EWSB後のゲージ場とHiggs場との結合項

$$\mathcal{L}_{\text{Higgs}} = \frac{g^2}{4} W_\mu^\dagger W^\mu (v+\phi)^2 + \frac{1}{2}(\partial_\mu \phi)^2 + \frac{1}{8}\frac{g^2}{\cos^2\theta_W} Z_\mu^2 (v+\phi)^2$$

$$+ \frac{1}{2}\mu^2 (v+\phi)^2 - \frac{\lambda}{8}(v+\phi)^4$$

$$= \frac{g^2 v^2}{4} W_\mu^\dagger W^\mu + \frac{g^2 v^2}{8\cos^2\theta_W} Z_\mu^2 + \frac{g^2(2v\phi+\phi^2)}{4}\left(W_\mu^\dagger W^\mu + \frac{1}{2\cos^2\theta_W} Z_\mu^2\right)$$

Wボゾン質量　Zボゾン質量　$hWW, hhWW, hZZ, hhZZ$ 結合

$$+ \frac{1}{2}(\partial_\mu \phi)^2 - \frac{\lambda v^2}{2}\phi^2 - \frac{\lambda v}{2}\phi^3 - \frac{\lambda}{8}\phi^4 - V\left(\frac{v}{\sqrt{2}}\right)$$

h運動エネルギー　h質量　hhh　$hhhh$　真空

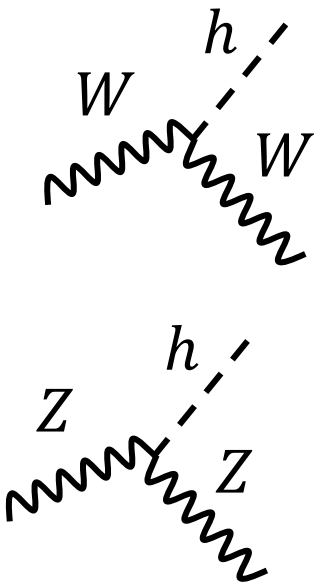
$$M_W \equiv \frac{gv}{2} \qquad M_Z \equiv \frac{M_W}{\cos\theta_W} = \frac{1}{2}\sqrt{g^2+g'^2}\,v \qquad m \equiv \sqrt{\lambda}v = \sqrt{2}\mu \qquad \frac{v}{\sqrt{2}} = \frac{\mu}{\sqrt{\lambda}}$$

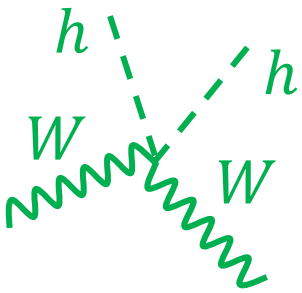
Higgsポテンシャルの極小からのずれの場ϕも質量を得た！➔ Higgs粒子(h)

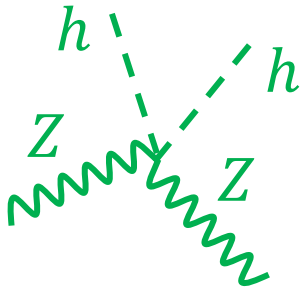
EWSB後のゲージ場とHiggs場との結合項

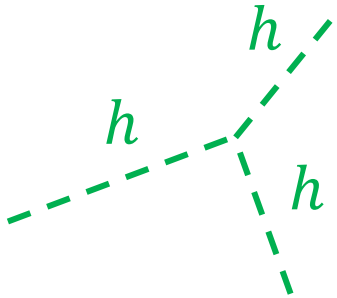
$$\mathcal{L}_{\text{Higgs}} = M_W^2 W_\mu^\dagger W^\mu + \frac{1}{2} M_Z^2 Z_\mu^2 + \left(g M_W \phi + \frac{g^2}{4} \phi^2 \right) \left(W_\mu^\dagger W^\mu + \frac{1}{2\cos^2\theta_W} Z_\mu^2 \right)$$

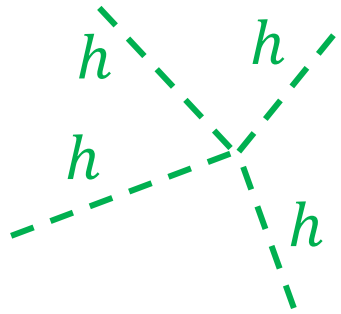
$$+ \frac{1}{2} \left[(\partial_\mu \phi)^2 - m^2 \phi^2 \right] - \frac{m\sqrt{\lambda}}{2} \phi^3 - \frac{\lambda}{8} \phi^4 - V\left(\frac{v}{\sqrt{2}} \right)$$











※これら(緑色)の相互作用は実験的には未確認

EWSB後のゲージ場のエネルギー運動量項

$$\mathcal{L}_{\text{gauge}} = -\frac{1}{4}\left(\partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu\right)^2 - \frac{1}{4}\left(\partial_\mu A_\nu^l - \partial_\nu A_\mu^l - g\epsilon_{lmn}A_\mu^m A_\nu^n\right)^2$$

$$A_\mu^1 = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(W_\mu + W_\mu^\dagger\right) \qquad A_\mu^2 = \frac{i}{\sqrt{2}}\left(W_\mu - W_\mu^\dagger\right) \qquad \begin{pmatrix} A_\mu^3 \\ B_\mu \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} \cos\theta_W & \sin\theta_W \\ -\sin\theta_W & \cos\theta_W \end{pmatrix}\begin{pmatrix} Z_\mu \\ A_\mu \end{pmatrix}$$

を代入して整理すると

$$\mathcal{L}_{\text{gauge}} = -\frac{1}{4}\left(\partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu\right)\left(\partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu\right) - \frac{1}{4}\left(\partial_\mu Z_\nu - \partial_\nu Z_\mu\right)\left(\partial^\mu Z^\nu - \partial^\nu Z^\mu\right)$$
$$-\frac{1}{2}\left\{\partial_\mu W_\nu - \partial_\nu W_\mu - ig\left(W_\mu A_\nu^3 - A_\mu^3 W_\nu\right)\right\}^\dagger\left\{\partial^\mu W^\nu - \partial^\nu W^\mu - ig\left(W^\mu A^{3\nu} - A^{3\mu} W^\nu\right)\right\}$$
$$+ig\left(\partial_\mu A_\nu^3 - \partial_\nu A_\mu^3\right)W^{\mu\dagger}W^\nu + \frac{g^2}{2}\left(W_\mu^\dagger W^{\dagger\mu} W_\nu W^\nu - W_\mu W^\nu W^{\dagger\mu} W_\nu^\dagger\right)$$

EWSB後のゲージ場のエネルギー運動量項

$F^A_{\mu\nu} \equiv \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$　　$F^Z_{\mu\nu} \equiv \partial_\mu Z_\nu - \partial_\nu Z_\mu$　　を定義

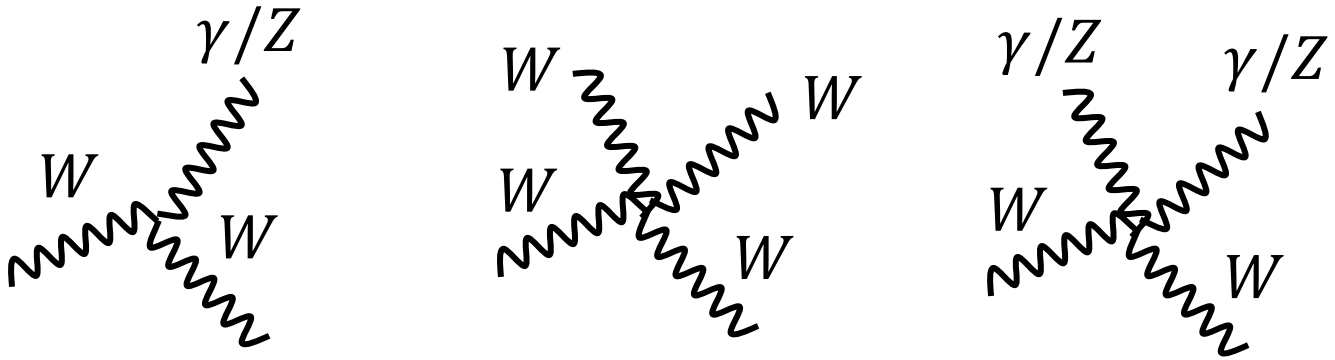
$\mathcal{D}_\mu W_\nu \equiv \left(\partial_\mu + igA^3_\mu\right)W_\nu = \left(\partial_\mu + ieA_\mu + ig\cos\theta_W Z_\mu\right)W_\nu$　　$e = g\sin\theta_W$

$$\mathcal{L}_{\text{gauge}} = -\frac{1}{4}F^A_{\mu\nu}F^{A\mu\nu} - \frac{1}{4}F^Z_{\mu\nu}F^{Z\mu\nu} - \frac{1}{4}\left(\mathcal{D}_\mu W_\nu - \mathcal{D}_\nu W_\mu\right)^\dagger\left(\mathcal{D}^\mu W^\nu - \mathcal{D}^\nu W^\mu\right)$$

γ，Zの運動エネルギー　　Wの運動エネルギー, $WW\gamma$, WWZ, $WW\square$, $WWZZ$, $WWZ\gamma$結合

$$-i\left(eF^A_{\mu\nu} + g\cos\theta_W F^Z_{\mu\nu}\right)W^{\dagger\mu}W^\nu + \frac{g^2}{2}\left(\left|W_\mu W^\mu\right|^2 - \left|W_\mu W^\nu\right|^2\right)$$

$WW\gamma$, WWZ結合　　$WWWW$結合



自発的対称性の破れ：$SU(2)_L \times U(1)_Y \rightarrow U(1)_Q$

$$\Phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + \phi \end{pmatrix} \qquad \frac{v}{\sqrt{2}} = \frac{\mu}{\sqrt{\lambda}}$$

$SU(2)_L \times U(1)_Y$ の対称性が破れ$U(1)_Q$の対称性のみが残った

	T	T^3	Y	$Q = T^3 + Y/2$
ν_L	1/2	1/2	-1	0
ℓ_L		-1/2		-1
ν_R	0	0	0	0
ℓ_R	0	0	-2	-1

	T	T^3	Y	Q
u_L	1/2	1/2	1/3	2/3
d_L		-1/2		-1/3
u_R	0	0	4/3	2/3
d_R	0	0	-2/3	-1/3

ゲージを固定したΦを$SU(2)_L \times U(1)_Y$ 対称なLagrangianへ代入すると，ゲージボゾンやフェルミオンが質量を持つ標準模型のLagrangian が得られた

	T	T^3	Y	Q
ϕ^+	1/2	1/2	1	1
ϕ^0		-1/2		0

EWSB後のLagrangian（まとめ：Fermion質量項）

$$\mathcal{L}_{\text{lepton}}^{\text{mass}} = -y_\ell^j \left(\bar{L}_L^j \Phi\right) \ell_R^j - y_\nu^j \left[\left(\bar{L}_L U_\nu\right)^j \tilde{\Phi}\right] \nu_R^j + \text{h. c.}$$

$$\rightarrow \quad -\left(m_\ell^j + \frac{y_\ell^j}{\sqrt{2}}\phi\right)\bar{\ell}^j \ell^j - \left(m_\nu^j + \frac{y_\nu^j}{\sqrt{2}}\phi\right)\bar{\nu}^j \nu^j$$

flavor 固有状態

$$\nu^j \equiv U_\nu^{jk} \hat{\nu}^k$$

質量固有状態

$$\mathcal{L}_{\text{quark}}^{\text{mass}} = -y_d^j \left[\left(\bar{Q}_L^j U_d\right)^j \Phi\right] d_R^j - y_u^j \left(\bar{Q}_L^j \tilde{\Phi}\right) u_R^j + \text{h. c.}$$

$$\rightarrow \quad -\left(m_d^j + \frac{y_d^j}{\sqrt{2}}\phi\right)\bar{\hat{d}}^j \hat{d}^j - \left(m_u^j + \frac{y_u^j}{\sqrt{2}}\phi\right)\bar{u}^j u^j$$

flavor 固有状態

$$d^j \equiv U_d^{jk} \hat{d}^k$$

質量固有状態

$$m_f^j \equiv \frac{y_f^j v}{\sqrt{2}} \qquad f = \ell, \nu, u, d$$

EWSB後のLagrangian（まとめ：Fermionとゲージ場の相互作用項）

$$\mathcal{L}^{\text{kin}}_{\text{lepton}} = \bar{L}^j_L \gamma^\mu \left(i\partial_\mu - g' \frac{Y_{\ell L}}{2} B_\mu - g \frac{\tau^l}{2} A^l_\mu \right) L^j_L + \bar{\ell}^j_R \gamma^\mu \left(i\partial_\mu - g' \frac{Y_{\ell R}}{2} B_\mu \right) \ell^j_R + \bar{\nu}^j_R \gamma^\mu i\partial_\mu \nu^j_R$$

➔ $\bar{\ell}^j \gamma^\mu i\partial_\mu \ell^j + \bar{\nu}^j \gamma^\mu i\partial_\mu \nu^j + \mathcal{L}^{(\text{lepton})}_{\text{EW int}}$

$$\mathcal{L}^{\text{kin}}_{\text{quark}} = \bar{Q}^j_L \gamma^\mu \left(i\partial_\mu - g' \frac{Y_{QL}}{2} B_\mu - g \frac{\tau^l}{2} A^l_\mu \right) Q^j_L + \bar{u}^j_R \gamma^\mu \left(i\partial_\mu - g' \frac{Y_{uR}}{2} B_\mu \right) u^j_R + \bar{d}^j_R \gamma^\mu \left(i\partial_\mu - g' \frac{Y_{dR}}{2} B_\mu \right) d^j_R$$

➔ $\bar{u}^j \gamma^\mu i\partial_\mu u^j + \bar{d}^j \gamma^\mu i\partial_\mu d^j + \mathcal{L}^{(\text{quark})}_{\text{EW int}}$

$$\mathcal{L}_{\text{EW int}} = -\frac{g}{\sqrt{2}} \left(J^{\mu\dagger} W_\mu + J^\mu W^\dagger_\mu \right) - e J^\mu_{EM} A_\mu - \frac{g}{\cos\theta_W} J^\mu_Z Z_\mu$$

$$J^\mu \equiv \bar{\ell}^j_L \gamma^\mu \nu^j_L + \bar{d}^j_L \gamma^\mu u^j_L \qquad J^\mu_{\text{EM}} \equiv (-)\bar{\ell}^j \gamma^\mu \ell^j + \left(\frac{2}{3} \right) \bar{u}^j \gamma^\mu u^j + \left(-\frac{1}{3} \right) \bar{d}^j \gamma^\mu d^j$$

$$J^{3\mu} \equiv \bar{L}^j_L \gamma^\mu \frac{\tau^3}{2} L^j_L + \bar{Q}^j_L \gamma^\mu \frac{\tau^3}{2} Q^j_L = \frac{1}{2} \bar{\nu}^j_L \gamma^\mu \nu^j_L - \frac{1}{2} \bar{\ell}^j_L \gamma^\mu \ell^j_L + \frac{1}{2} \bar{u}^j_L \gamma^\mu u^j_L - \frac{1}{2} \bar{d}^j_L \gamma^\mu d^j_L$$

$$J^\mu_Z \equiv J^{3\mu} - \sin^2\theta_W J^\mu_{\text{EM}}$$

EWSB前後のLagrangian（まとめ：ゲージボゾン）

$$\mathcal{L}_{\text{gauge}} = -\frac{1}{4}\left(\partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu\right)^2 - \frac{1}{4}\left(\partial_\mu A_\nu^l - \partial_\nu A_\mu^l - g\epsilon_{lmn}A_\mu^m A_\nu^n\right)^2$$

➔

$$-\frac{1}{4}F_{\mu\nu}^A F^{A\mu\nu} - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}^Z F^{Z\mu\nu} - \frac{1}{4}\left(\mathcal{D}_\mu W_\nu - \mathcal{D}_\nu W_\mu\right)^\dagger\left(\mathcal{D}^\mu W^\nu - \mathcal{D}^\nu W^\mu\right)$$

$$-i\left(eF_{\mu\nu}^A + g\cos\theta_W F_{\mu\nu}^Z\right)W^{\dagger\mu}W^\nu + \frac{g^2}{2}\left(\left|W_\mu W^\mu\right|^2 - \left|W_\mu W^\nu\right|^2\right)$$

$$W_\mu \equiv \frac{1}{\sqrt{2}}\left(A_\mu^1 - iA_\mu^2\right) \qquad W_\mu^\dagger = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(A_\mu^1 + iA_\mu^2\right)$$

W ボゾン

$$\begin{pmatrix} Z_\mu \\ A_\mu \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} \cos\theta_W & -\sin\theta_W \\ \sin\theta_W & \cos\theta_W \end{pmatrix}\begin{pmatrix} A_\mu^3 \\ B_\mu \end{pmatrix}$$

Z ボゾン
フォトン

$$F_{\mu\nu}^Z \equiv \partial_\mu Z_\nu - \partial_\nu Z_\mu$$
$$F_{\mu\nu}^A \equiv \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$$

$$\cos\theta_W \equiv \frac{g}{\sqrt{g^2+g'^2}} \qquad \sin\theta_W \equiv \frac{g'}{\sqrt{g^2+g'^2}} \qquad e \equiv \frac{gg'}{\sqrt{g^2+g'^2}} = g\sin\theta_W$$

$$\mathcal{D}_\mu W_\nu \equiv \left(\partial_\mu + igA_\mu^3\right)W_\nu = \left(\partial_\mu + ieA_\mu + ig\cos\theta_W Z_\mu\right)W_\nu$$

θ_W ：Weinberg 角
$\sin^2\theta_W \sim 0.23$

EWSB前後のLagrangian（まとめ：ヒッグス）

$$\mathcal{L}_{\text{Higgs}} = \left| \left(i\partial_\mu - g' \frac{1}{2} Y_H B_\mu - g \frac{\tau^l}{2} A_\mu^l \right) \Phi \right|^2 + \mu^2 \Phi^\dagger \Phi - \frac{\lambda}{2} \left(\Phi^\dagger \Phi \right)^2$$

$$\rightarrow \quad M_W^2 W_\mu^\dagger W^\mu + \frac{1}{2} M_Z^2 Z_\mu^2 + \left(g M_W \phi + \frac{g^2}{4} \phi^2 \right) \left(W_\mu^\dagger W^\mu + \frac{1}{2\cos^2\theta_W} Z_\mu^2 \right)$$

$$+ \frac{1}{2} \left[\left(\partial_\mu \phi \right)^2 - m^2 \phi^2 \right] - \frac{m\sqrt{\lambda}}{2} \phi^3 - \frac{\lambda}{8} \phi^4 - V\left(\frac{v}{\sqrt{2}} \right)$$

$$M_W \equiv \frac{gv}{2} \qquad M_Z \equiv \frac{1}{2} \sqrt{g^2 + g'^2}\, v = \frac{M_W}{\cos\theta_W} \qquad m \equiv \sqrt{2}\mu$$

電弱理論のまとめ

- $SU(2)_L \times U(1)_Y$ 変換性をもつFermion場がLepton とQuarkでそれぞれ3世代。
  - Fermion場はL/Rカイラリティでゲージ変換性が異なる（パリティ非保存）
- $SU(2)_L \times U(1)_Y$ 変換性をもつscalar場。自己エネルギー項は極小値を持つ。
- $SU(2)_L \times U(1)_Y$ゲージ不変なLagrangian density (ゲージ原理)
  - 4つのゲージ場が局所ゲージ不変の要請から自然に導入され，ゲージ場とFermion場，scalar場との相互作用の形が決まる。
- Fermion場のL/Rカイラリティとscaler場との湯川結合項（ゲージ不変）を導入。
  - 結合係数（湯川結合行列）の対角化するようにFermion場の世代を定義。その際Quarkでは二重項下成分の世代が混合(CKM行列)，Leptonでは二重項上成分の世代が混合(PMNS行列)。
- 自発的対称性の破れにより，$U(1)_Q$の対称性のみが残る。
  - 質量を持つ実scalar場(higgs粒子)が発現する。
  - ゲージ場(photonを除く)とFermion場が質量を持つ。
  - Higgs場と質量を持ったゲージ場やFermion場との相互作用が生じる。